

# 3D Modellierung und Simulation konzentrierter Bauelemente

T. Bhuiyan, Y. Kayaalp, K. Okla

**Zusammenfassung**—[Y.K.] Das Projekt untersucht den Zusammenhang der feldtheoretischen und netzwerktheoretischen Grundlagen anhand ausgewählter elektrischer Bauelemente: Widerstand, Kondensator und Spule. Zunächst werden die Bauelemente in CST Microwave Studio 2017 [6] modelliert und simuliert. Im nächsten Schritt wird die frequenzabhängige Impedanz  $Z(\omega)$  im "post-processing-Fenster" aus dem simulierten  $S_{11}$ -Parameter bestimmt. Anschließend wird gezeigt, dass man den simulierten Verlauf von  $Z(\omega)$  durch rationale Funktionen approximieren kann. Ziel dieses Projektes ist es rationale Funktionen zu finden, dessen Koeffizienten einen Rückschluss auf die elektromagnetischen Feldenergien  $W_{el}$ ,  $W_{mag}$  und die Verlustleistung  $P_v$  der Bauteile ermöglichen.

**Index Terms**—parasitäre Effekte, nichtlineare Regression, curve-fitting, Impedanz

## I. EINLEITUNG [K.O.]

Elektromagnetische Größen von passiven Bauelementen wie z.B.  $W_{el}$  (elektrische Energie),  $W_{mag}$  (magnetische Energie) und  $P_v$  (Verlustleistung) können beispielsweise mithilfe der Maxwellgleichungen bestimmt werden. Das Verhalten von Schaltungen mittels dem Maxwellgleichungen zu bestimmen ist oft zu aufwendig, da eine Schaltung aus beliebig vielen Bauelementen bestehen kann und die Rechnung somit sehr anspruchsvoll wird. Stattdessen wird in der Netzwerktheorie das Frequenzverhalten einer Schaltung mithilfe von Ersatzschaltbildern dargestellt. Mathematisch betrachtet stellt ein Ersatzschaltbild eine rationale Funktion  $Z(\omega)$  dar, dessen Koeffizienten im Idealfall die physikalischen Größen  $W_{el}$ ,  $W_{mag}$  und  $P_v$  repräsentieren. Da die Koeffizienten im Gegensatz zu den genannten physikalischen Größen unabhängig von der Frequenz sind, muss untersucht werden für welche Frequenzbereiche ein bestimmtes Ersatzschaltbild geeignet ist. So findet man beispielsweise für ein Bauelement in der Hochfrequenztechnik andere Ersatzschaltbilder als die in der Niederfrequenztechnik. Im Folgenden wird die Impedanz eines Widerstandes, einer Spule und eines Kondensators mittels CST MWS 2017 untersucht und durch mögliche Ersatzschaltbilder approximiert. Dabei wird vorrangig versucht, Ersatzschaltbilder für niederfrequente Probleme zu finden. Als Referenz wird für  $W_{el}$ ,  $W_{mag}$  und  $P_v$  Simulationen aus CST EMS 2017 mit einer Gitterauflösung von etwa  $10^6$  Hexaeder dienen. Eine Konvergenzstudie hat gezeigt, dass der Fehler zwischen approximierter und der aus CST EMS 2017 simulierten Ortskurven für  $10^6$  Hexaeder im Vergleich zu  $10^3$ -,  $10^4$ - und  $10^5$  Hexaeder am geringsten ist.

Ausgangspunkt der Untersuchung ist das Aufgabenblatt eines Praktikums mit dem Titel "Parasitäre Effekte passiver Bauelemente" [1] genutzt.

## II. MODELLIERUNG

### A. Widerstand [Y.K.]

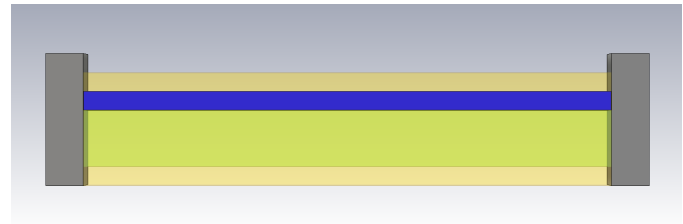


Abbildung 1: Profilansicht des Widerstands

Modellgröße	Wert
Länge	2.8 mm
Breite	1.4 mm
Höhe	0.1 mm
$\epsilon_r$	1
$\kappa$	20 S/m

Tabelle I: Geometrie- & Materialparameter des Widerstands

Abbildung 1 zeigt das Profil des Widerstandsmodells. Dabei ist das Widerstandsmaterial blau hervorgehoben und dessen Geometrie- und Materialparameter in der Tabelle I dargestellt. (Modell aus [1])

### B. Spule [K.O.]

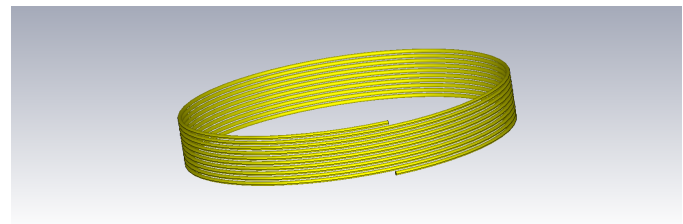


Abbildung 2: Spule

Modellgröße	Wert
Spulenzradius	31.9 mm
Höhe	10 mm
Drahtradius	0.4 mm
Windungen	10
$\kappa_{Cu}$	58 MS/m

Tabelle II: Geometrie- & Materialparameter der Spule

Abbildung 2 zeigt das Modell der Spule und die Parameter aus der Tabelle II wurden aus [2] entnommen.

### C. Wickelkondensator [T.B.]

Die Elektroden eines Wickelkondensators sind spiralförmig und können wie folgt parametrisiert werden:

$$\vec{e}_1 = a \cdot \varphi \cdot \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_2 = (a \cdot \varphi + d) \cdot \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{pmatrix}; \quad (1)$$

$$\varphi \in [0, 2\pi n]. \quad (2)$$

Dabei gibt  $n$  an, wie oft die Elektroden um den Ursprung gewickelt sind. Damit das Volumen des Wickelkondensators nicht von  $n$  abhängt, muss eine Nebenbedingung für  $a$  aufgestellt werden:

$$a \cdot 2\pi \cdot n = r \Rightarrow a = \frac{r}{2\pi \cdot n}. \quad (3)$$

Durch Gleichung 3 bleibt der maximale Abstand  $r$  zwischen  $\vec{e}_1$  und dem Ursprung konstant und ist folglich unabhängig von  $n$ .

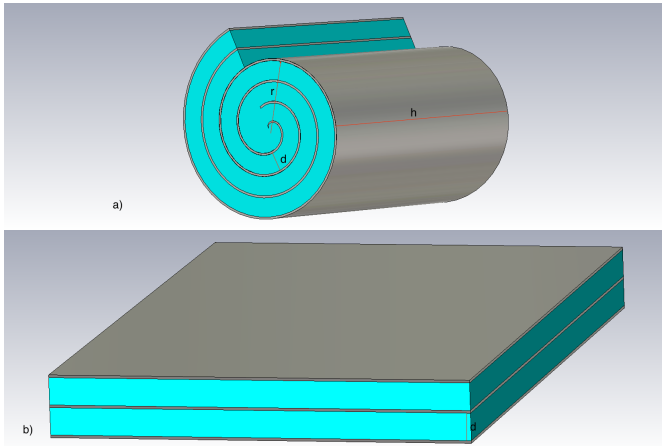


Abbildung 3: Wickelkondensator

Modellgröße	Wert
$r$	8 mm
$h$	31 mm
$d$	2 mm
$n$	2
$\epsilon_r$	10
$\kappa$	$10^{-12} \text{ S/m}$

Tabelle III: Geometrie- & Materialparameter der des Wickelkondensators

Abb. 3a) stellt Das Modell des Wickelkondensators dar. Der ebenfalls abgebildete Plattenkondensator in Abb. 3b) zeigt den Wickelkondensator in ungewickelter Form, sodass die Kapazität für beide Modelle gleich sein soll.

Die Kapazität  $C_p$  eines Plattenkondensators kann analytisch berechnet werden:

$$C_p = \epsilon \cdot \frac{A}{d} |A = h \cdot l = 705.78 \text{ nF}. \quad (4)$$

Dabei ist  $l$  die Bogenlänge einer Spirale ("Elektrodenlänge des Wickelkondensators")

$$l = \int_0^{\varphi'} \left\| \frac{\partial}{\partial \varphi} \vec{e}_1 \right\|_2 d\varphi = \int_0^{\varphi'} a \sqrt{1 + \varphi^2} d\varphi; \quad (5)$$

$$l = \frac{a\varphi'}{2} \sqrt{1 + \varphi'^2} + \operatorname{arcsinh}(\varphi'), \quad \text{mit } \varphi' = 2\pi n. \quad (6)$$

### III. SIMULATION [Y.K.]

Die Simulation wird in CST MWS 2017 mit dem "Time Domain Solver" bei einer Genauigkeit von -60 dB durchgeführt. Alle Bauelemente werden mit einem "Discrete Port" angeregt. Dabei wird der  $S_{11}$ -Parameter von 0-5GHz simuliert. Die Simulation wurde mittels einer Konvergenzstudie für ausgewählte Frequenzen ( $f \in [0, 2.5, 5] \text{ GHz}$ ) validiert.

Aus den simulierten  $S_{11}$ -Parameter kann im "Post-Processing" die Impedanz  $Z_{CST}(\omega)$  berechnet werden. Ein wichtiger Teil dieser Projektarbeit ist es mögliche Ersatzschaltbilder zu finden, die den Verlauf von  $Z_{CST}(\omega)$  approximieren.

Als Maß für den Approximationsfehler wird definiert:

$$\text{error} := \frac{\|Z_{CST}(\omega) - Z_{Fit}(\omega)\|_2}{\|Z_{CST}(\omega)\|_2}. \quad (7)$$

Dabei ist  $Z_{Fit}(\omega)$  die frequenzabhängige Impedanz eines Ersatzschaltbildes.

#### A. Curve-Fitting [T.B.]

Beim Curve-Fitting besteht die Aufgabe darin, die Koeffizienten von  $Z_{Fit}(\omega)$  so zu bestimmen, dass der Fehler  $\text{error}$  aus Gleichung (7) möglichst klein ist.

Um diese Aufgabe zu bewältigen wurde im Rahmen dieses Projektes die Benutzeroberfläche TmFit in MatLab 2015a [5] geschrieben. In TmFit kann man die Ortskurve von  $Z(\omega)$  oder  $\operatorname{Re}\{Z(\omega)\}$ ,  $\operatorname{Im}\{Z(\omega)\}$  und  $|Z(\omega)|$  abhängig von der Frequenz  $f$  darstellen. Dabei ist der Verlauf von  $Z_{CST}(\omega)$  durchgehend und der Verlauf von  $Z_{Fit}(\omega)$  gestrichelt.

Über einen Slider können die Koeffizienten von  $Z_{Fit}(\omega)$  variiert werden. Zusätzlich ist ein "makeFit" Knopf vorhanden, der beim Betätigen durch nichtlineare Regression die Koeffizienten von  $Z_{Fit}(\omega)$  bestimmen kann. Die nichtlineare Regression erfolgt durch den in Matlab vordefinierten Befehl "nlinfit". Die durchschnittliche Abweichung zwischen  $Z_{Fit}(\omega)$  und  $Z_{CST}(\omega)$  (error aus Gleichung 7) wird in TmFit blau hervorgehoben.

### IV. ERGEBNISSE UND AUSWERTUNG [K.O.]

Im Folgenden werden die Simulationsergebnisse und die approximierten Kurven in einem Plot dargestellt und analysiert. Die Abbildungen beinhalten jeweils den Realteil  $\operatorname{Re}\{Z(\omega)\}$  (in rot), den Imaginärteil  $\operatorname{Im}\{Z(\omega)\}$  (in blau) und den Betrag  $|Z(\omega)|$  (in Schwarz) der jeweiligen Impedanzen. Außerdem werden für die nachfolgenden Tabellen IV, V und VI Folgende Zusammenhänge verwendet:  $R = \frac{P_v}{I^2}$ ,  $C = \frac{2W_{el}}{U^2}$  und  $L = \frac{2W_{mag}}{I^2}$ .

Die Koeffizienten  $R$ ,  $L$  und  $C$  sind so zu bestimmen, dass die relative Abweichung zwischen  $Z_{CST}(\omega)$  und  $Z_{Fit}(\omega)$  (im TmFit Fenster blau gekennzeichnet) möglichst kleiner oder gleich 5% ist.

#### A. Wickelkondensator [T.B.]

Abbildung 4 stellt das Ersatzschaltbild (Beispiel aus: [3]) des Wickelkondensators, den Verlauf von  $Z_{CST}(\omega)$  (durchgehende Linie) und den Verlauf von  $Z_{Fit}(\omega)$  (gestrichelt) dar.

Aus dem Ersatzschaltbild des Wickelkondensators gilt für die Impedanzfunktion  $Z_{Fit}(\omega)$  :

$$Z_{Fit}(\omega) = \left(\frac{1}{R} + j\omega C\right)^{-1} + j\omega L. \quad (8)$$

Dabei steht  $C$  für die Kapazität des Kondensators,  $R$  repräsentiert den Widerstand des Dielektrikums und  $L$  die parasitären Induktivitäten der Zuleitungen.

Aus der Simulation in CST MWS 2017 geht hervor, dass die Resonanzfrequenz bei etwa  $f = 0.45 \text{ GHz}$  liegt (für diese Frequenz wird  $Im\{Z_{CST}(\omega)\} = 0$ ). Da der Wickelkondensator sich ab der Resonanzfrequenz wie eine Spule verhält, werden nur Frequenzen bis  $f = 0.4 \text{ GHz}$  untersucht.

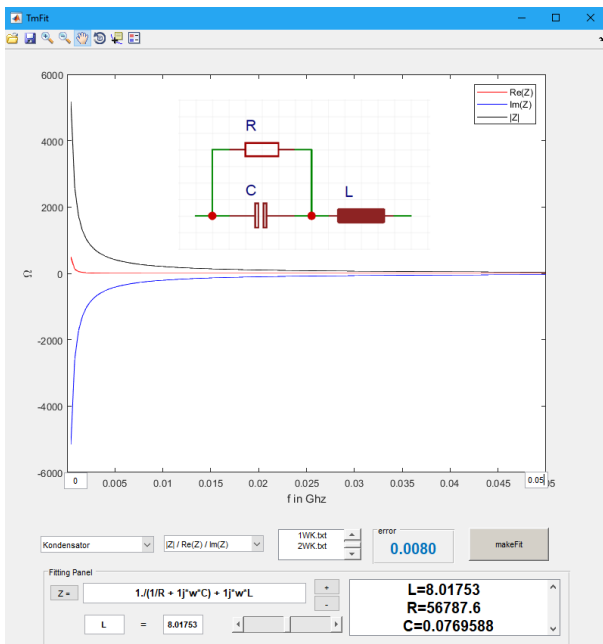


Abbildung 4: TmFit Wickelkondensator

Abbildung 4 zeigt, dass der Imaginärteil der Impedanz für kleine Frequenzen gegen  $-\infty$  und mit steigender Frequenz gegen Null geht. ( $L$  und  $C$  werden als  $nH$  bzw.  $nF$  gelesen, da die Frequenzachse in  $GHz$  gegeben ist).

Jetzt stellt sich die Frage, ob die gefundenen Koeffizienten ( $R, L, C$ ) die feldtheoretischen Eigenschaften des Wickelkondensators wiedergeben können. Tabelle IV vergleicht die gefitteten Werte mit den Werten aus CST EMS 2017:

Koeffizient	CST EMS	TmFit	rel. Abw.
$R$	53846 $\Omega$	56787 $\Omega$	0.054
$L$	9.81 $nH$	8.01 $nH$	0.18
$C$	0.756 $nF$	0.769 $nF$	0.017

Tabelle IV: Auswertung Wickelkondensator, für  $f = 0 \text{ Hz}$

Der Vergleich aus Tabelle IV zeigt, dass man für das ausgesuchte Ersatzschaltbild Werte für  $R, L, C$  finden kann, sodass das Frequenzverhalten approximiert wird und die im Kondensator gespeicherte elektrische Energie mit einer Genauigkeit von etwa 1.7% angeben kann. (Die analytisch bestimmte Kapazität  $C_p = 705.78 \text{ nF}$  aus Gleichung 4 weicht von dem Wert

aus CST um 6.6% ab, da bei der Simulation die Randeffekte nicht vernachlässigt werden und der Plattenkondensator aus Abbildung 3 nicht exakt die Kapazität des Wickelkondensators besitzt).

### B. Widerstand [Y.K.]

Das Modell des Widerstands in Abbildung 1 ähnelt einem Plattenkondensator. Es besteht aus zwei Elektroden und dazwischen befindet sich die elektrische Leitfähigkeit. Stattdessen würde ein Plattenkondensator ein Dielektrikum zwischen den Elektroden besitzen. Der Widerstand ist also wie ein Kondensator mit einem "schlechter" isolierenden "Dielektrikum". Aus diesen Grund benutzen wir für den Widerstand dasselbe Ersatzschaltbild wie für den Wickelkondensator.

$R1$  repräsentiert die Verluste des Widerstandsmaterials,  $C1$  und  $L1$  die parasitären Kapazitäten und Induktivitäten. Da der Widerstand für  $1000\Omega$  dimensioniert ist, erwartet man für  $R1$  einen Wert von ebenfalls  $1000\Omega$ .

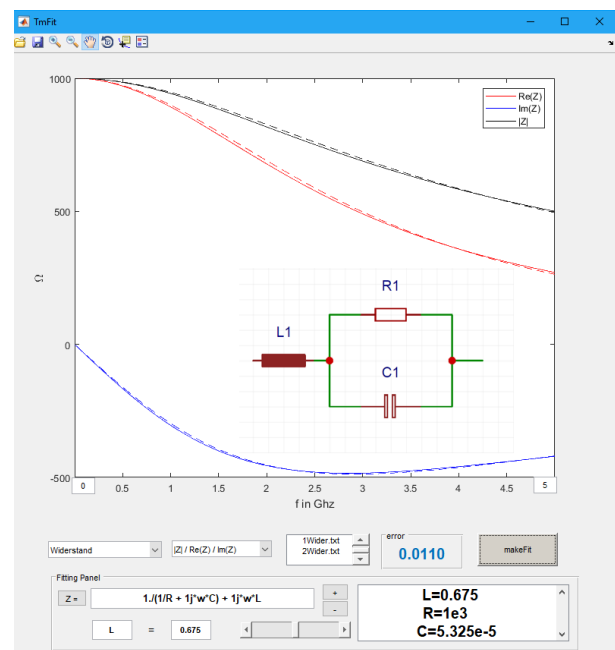


Abbildung 5: TmFit Widerstand

Abbildung 5 bestätigt, dass das Ersatzschaltbild des Kondensators das Frequenzverhalten des Widerstandes ebenfalls approximieren kann, obwohl die Geometrie und Funktion der beiden Modelle komplett unterschiedlich sind. Aus einem Ersatzschaltbild alleine geht also nicht zwangsläufig hervor, um welches Bauteil es sich handelt.

Koeffizient	CST EMS	TmFit	rel. Abw.
$R1$	1000 $\Omega$	1000 $\Omega$	0
$L1$	0.525 $nH$	0.675 $nH$	0.22
$C1$	$4.6 \cdot 10^{-14} F$	$5.325 \cdot 10^{-14} F$	0.15

Tabelle V: Auswertung Widerstand, für  $f = 0 \text{ Hz}$

Tabelle V verdeutlicht, dass  $R1$  exakt die ohmschen Verluste des Widerstandes für  $f = 0 \text{ Hz}$  repräsentiert. Für höhere Frequenzen steigt die Verlustleistung des Skin-Effekts wegen, sodass eventuell ein anderes Ersatzschaltbild gewählt werden muss, da  $R1$  nicht frequenzabhängig ist.

### C. Spule [K.O.]

Abbildung 6 zeigt das Ersatzschaltbild aus [4] und das Frequenzverhalten der Spule. Für das gewählte Ersatzschaltbild ergibt sich:

$$Z_{Fit}(\omega) = R2 + (j\omega C2 + \frac{1}{j\omega L2})^{-1}. \quad (9)$$

$R2$  stellt den Wicklungswiderstand dar,  $L2$  beschreibt die Induktivität der Spule und  $C2$  steht für die Wicklungskapazität.

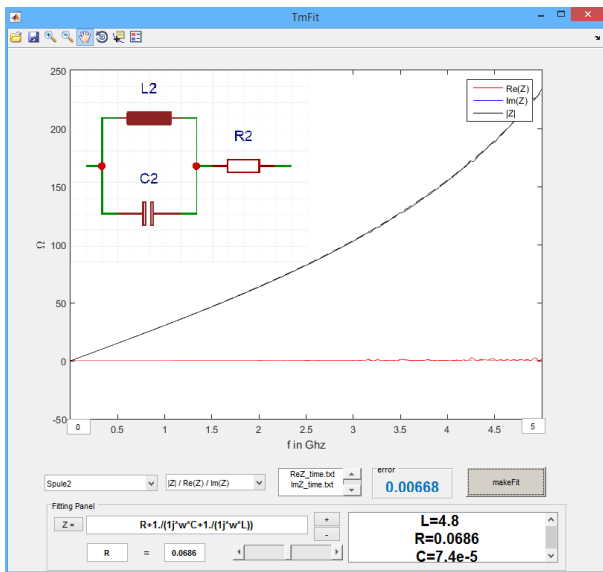


Abbildung 6: TmFit Spule

Abbildung 6 zeigt, dass  $Im\{Z(\omega)\}$  mit der Frequenz steigt, dabei ist darauf hinzuweisen, dass  $Im\{Z(\omega)\}$  und  $Re\{Z(\omega)\}$  nahezu identisch sind. Ebenfalls ist der Unterschied zwischen  $Z_{CST}(\omega)$  und  $Z_{Fit}(\omega)$  kaum zu erkennen, da der Approximationsfehler mit  $error = 0.00668$  sehr klein ist.

Koeffizient	CST EMS	TmFit	rel. Abw.
$R2$	$650 \text{ m}\Omega$	$668 \text{ m}\Omega$	0.027
$L2$	$5.8 \text{ nH}$	$4.754 \text{ nH}$	0.18
$C2$	$4.5 \cdot 10^{-13} \text{ F}$	$7.63 \cdot 10^{-14} \text{ F}$	0.83

Tabelle VI: Auswertung Spule, für  $f = 0 \text{ Hz}$

Laut Abbildung 6 weist das Ersatzschaltbild der Spule den kleinsten Fehler mit  $error = 0.00668$  auf. Zu erwarten ist, dass die Koeffizienten  $R$ ,  $L$  und  $C$  dementsprechend die simulierten Ergebnisse aus CST EMS widerspiegeln. Jedoch zeigt Tabelle VI, dass die Wicklungskapazität aus dem Ersatzschaltbild eine Zehnerpotenz kleiner ist als die aus der Simulation in CST MWS. Eine mögliche Erklärung könnte

sein, dass die untersuchte Spule nur 10 Windungen hat. Konventionelle Spulen haben hunderte von Windungen und somit eine wesentlich größere Wickelkapazität und größere ohmsche Verluste. Aus [4] geht hervor, dass dieses Ersatzschaltbild für eine Wicklungskapazität von  $10^{-12} \text{ F}$  bis  $500 \cdot 10^{-12} \text{ F}$  geeignet ist. Eventuell könnte man versuchen ein Ersatzschaltbild zu finden, welches die physikalischen Aspekte einer Spule mit wenig Windungen darstellen kann.

### V. SCHLUSSFOLGERUNG UND AUSBLICK [T.B.]

In diesem Projekte wurde gezeigt, dass ein reales Bauelement durch unterschiedliche Ersatzschaltbilder dargestellt werden kann. Jedes Ersatzschaltbild kann das Frequenzverhalten eines Bauelements unterschiedlich approximieren, sodass überprüft werden muss, ob die im Ersatzschaltbild vorkommenden Größen wie  $R$ ,  $L$ ,  $C$  (Widerstand, Induktivität, Kapazität) die tatsächlichen physikalischen Eigenschaften des Bauelements wie  $P_v$ ,  $W_{el}$ ,  $W_{mag}$  repräsentieren.

Die Wahl eines Ersatzschaltbildes ist in gewisser Weise willkürlich, wie die Simulation des Wickelkondensators und des Widerstands zeigen. Für beide Bauelemente wurde dasselbe Ersatzschaltbild benutzt, obwohl sich die Geometrien voneinander unterscheiden. Der Zusammenhang zwischen Ersatzschaltbild und reales Bauelement ist also nicht physikalisch gegeben, sondern muss erst mathematisch (z.B. durch manuelles oder automatisches *Curve fitting*) hergestellt werden.

Ebenfalls wurde am Beispiel der Spule deutlich, dass eine gute Approximation durch  $Z_{Fit}(\omega)$  nicht zwangsläufig zu einer guten Beschreibung der physikalischen Eigenschaften des realen Bauelements führt.

Weiterführend könnte man untersuchen, ob eine Zusammenschaltung zweier Bauelemente (z.B. Widerstand und Kondensator in Reihe) durch das Zusammenschalten zweier Ersatzschaltbilder dargestellt werden kann. Zu erwarten wäre, dass das Frequenzverhalten der Reihenschaltung  $Z_{RC}(\omega)$  durch die Impedanz des Widerstands  $Z_R(\omega)$  und die Impedanz des Kondensators  $Z_C(\omega)$  wiedergegeben werden kann:

$$Z_{RC}(\omega) = Z_R(\omega) + Z_C(\omega). \quad (10)$$

### LITERATUR

- [1] Rolf Schuhmann, *Parasitäre Effekte passiver Bauelemente*, Versuch zum Nachrichtentechnischen Praktikum II: TU Darmstadt, 2002.
- [2] Albert Piwonski, *Numerische Optimierung der Geometrie eines Solenoids in der Magnetoquasistatik*, PROJEKT: ELEKTROMAGNETISCHES CAD SOMMERSEMESTER, TU Berlin: Fachgebiet Theoretische Elektrotechnik, 2016.
- [3] *Kondensator (Elektrotechnik)*, [http://www.wikiwand.com/de/Kondensator\\_\(Elektrotechnik\)](http://www.wikiwand.com/de/Kondensator_(Elektrotechnik)) (29.7.2017).
- [4] *HF - Ersatzschaltbilder passiver Bauelemente*, <http://www.emv-net.de/EMV/EMV-Grundlagen/HF-Ersatzschlt/hf-ersatzschlt.htm> (29.7.2017).
- [5] *MATLAB R2015a*, <https://de.mathworks.com/help/matlab/release-notes.html?mtext=&startrelease=R2015a&endrelease=R2015a&groupby=release&sorty=descending&searchHighlight=> (29.7.2017).
- [6] *CST Studio Suite 2017*, <https://www.cst.com/company/news/press-releases/cst-studio-suite-2017-simulation-at-every-scale> (29.7.2017).