

Numerische Untersuchung des Wechselstromwiderstandes von Energiekabeln

Rene Suchantke, *TU Berlin*, und Hendrik Just, *TU Berlin*

Zusammenfassung—Das folgende Paper umfasst die analytische Untersuchung der verschiedenen Frequenzabhängigkeitseffekte von ohmschen Widerständen. Die Richtigkeit der numerischen Simulation mit CST (Computer-Simulation-Technology), kann durch analytische Rechnungen für den Gleichstromwiderstand, Skin- und Proximity-Effekt nachgewiesen werden. Weiterhin wird ein parametrierbares Modell erstellt, welches dem realen Aufbau entspricht, der zum Messen des Wechselstromwiderstandes bei Energiekabeln eingesetzt wird. Bei der numerischen Berechnung des komplexen Modells zeigen sich ähnliche Effekte, die in der Realität bei der Widerstandsbestimmung auftreten und deren Ursache unbekannt ist. Dieses Paper legt damit den Grundstein für weitere numerische Untersuchungen an Hochenergiekabeln.

I. EINLEITUNG - [SUCHANTKE]

HOCHENERGIEKABEL sollen für einen möglichst verlustarmen Energietransport einen kleinen Wechselstromwiderstand haben. Bei Netzfrequenz und Leiterquerschnitten ab 2000 mm^2 aufwärts macht der Skin-Effekt schon rund die Hälfte des gesamten Widerstandes aus. Für Energiekabel mit großen Querschnitten werden sogenannte Milliken-Leiter verwendet (Abbildung 1). Der Innenleiter besteht aus mehreren gegeneinander isoliert und verdrehten Segmenten, welche wiederum aus vielen gegeneinander isolierten und verdrehten Einzeladern bestehen. Für die Validierung der CST-Berechnungen wird ein Massivleiter angenommen (Abbildung 1). Dieser kann analytisch berechnet werden und ist einfach zu modellieren. Es ist daher zu beachten, dass die Ergebnisse auf Grund des höheren Widerstandes des Massivleiters nur qualitativ mit den Messwerten realer Kabel verglichen werden können. Für effiziente Messungen werden Energiekabel direkt nach der Produktion auf einer Stahltrommel vermessen. Aktuell werden aus Kostengründen massive Aluminiumleiter als Kabelschirme verwendet. Bei diesen zeigt sich im Gegensatz zu konventionellen Kupferdrahtschirmen im aufgewickelten Zustand ein Anstieg des Innenleiterwiderstands. Folgende Konfigurationen und Effekte lassen sich unterscheiden:

- Milliken-Leiter mit Kupferdrahtschirm
- ausgelegt (erwarteter Widerstand)
- Milliken-Leiter mit Kupferdrahtschirm
- aufgetrommelt (erwarteter Widerstand)
- Milliken-Leiter mit Massiv-Aluminiumschirm
- ausgelegt (erwarteter Widerstand)
- Milliken-Leiter mit Massiv-Aluminiumschirm
- aufgetrommelt (unerwartet hoher Widerstand bei 50 Hz)

Aus oben gegebener Konfiguration lässt sich schließen, dass nicht der Milliken-Leiter, sondern das Auftrommeln des Kabels zu dem Widerstandsanstieg bei d) führt. Bevor jedoch

komplexe Modelle untersucht werden können, muss überprüft werden, ob und wie mit CST die dem Problem zugrunde liegenden Phänomene (Gleichstromwiderstand, Skin- und Proximity-Effekt) simuliert werden können.

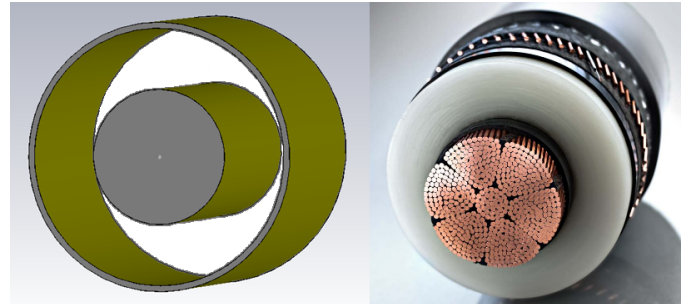


Abbildung 1: *links*: Kabelmodell mit Schirm (Massivleiter, Massivschirm); *rechts*: Energiekabel mit Milliken-Leiter und Kupferdrahtschirm [1]

Auf Grund der abgerundeten Strukturen bietet sich das Tetraeder Gitter an. Alle gewählten Löser arbeiten mit der *Finiten Elemente Methode (FEM)* und einer Ansatzfunktion 2. Ordnung. In Kapitel II wird ausschließlich der Innenleiter betrachtet.

II. WIDERSTANDSVALIDIERUNG

A. Gleichstromwiderstand - [Suchantke]

Für den Gleichstromfall berechnet sich der elektrische Widerstand eines Leiters zu:

$$R_{DC} = \frac{l}{\kappa \cdot A} \quad (1)$$

R_{DC}	Gleichstromwiderstand	$[\Omega]$
l	Leiterlänge	$[\text{m}]$
κ	elektrische Leitfähigkeit	$[\text{S}/\text{m}]$
A	Leiterquerschnitt	$[\text{m}^2]$

Um das Problemvolumen des Löser und damit die Simulationszeit gering zu halten, wird die Länge auf 1 mm und der Querschnitt auf 25 mm^2 festgelegt. In dem hier gewählten *Stationary Current Solver* wird zwischen den beiden Stirnseiten des zylindrischen Leiters auf den abschließenden PECs (Perfect Electric Conductor) eine Potentialdifferenz von 1 V vorgegeben. Das Ergebnis der Simulation mit CST ist in diesem Fall der Strom. Die Leitfähigkeit von $5,96 \cdot 10^7 \text{ S}/\text{m}$ entspricht dem Wert von reinem Kupfer bei 20°C .

Auf die Länge normiert ergeben sich aus der analytische Rechnung (Formel 1) und der CST-Simulation folgende Werte:

$$R_{analytisch} = \frac{0,001m \cdot 10^9m}{5,96 \cdot 10^7 Sm \cdot 25m^2} \approx 6,7114 \cdot 10^{-4} \frac{\Omega}{m}$$

$$R_{CST} = \frac{1V \cdot 1000mm}{1,489971 \cdot 10^6 A \cdot 1mm \cdot 1m} \approx 6,7115 \cdot 10^{-4} \frac{\Omega}{m}$$

Mit einer Abweichung von nur 0,015 Promille ist der Gleichstromwiderstand verifiziert.

B. Skin-Effekt - [Suchanke]

Vom Leiter selbst induzierte Ströme führen gemäß dem Induktionsgesetz zu einer Verstärkung des Leitungsstromes im Außenbereich und einer Abschwächung in der Mitte des Leiters. Für die analytische Berechnung wird die Formel (2) ff. aus [2] in *Matlab* eingebunden und in einem praxisrelevanten Frequenzbereich von 1 - 300 Hz berechnet.

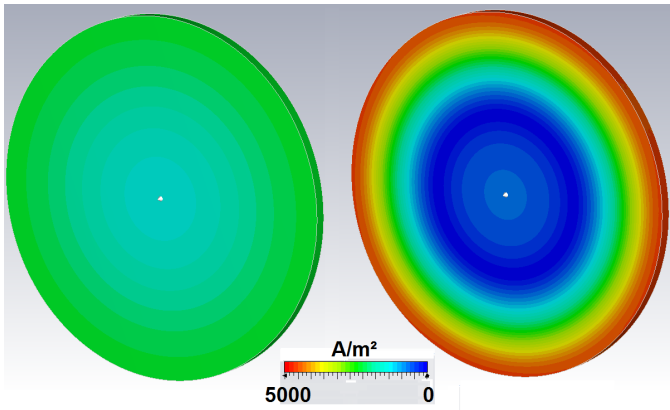


Abbildung 2: links: Verteilung der Stromdichte bei 50 Hz; rechts: Stromdichte bei 300 Hz (die Erhöhung der Stromdichte zum Leitermittelpunkt ist darstellungsbedingt)

$$R_{AC} = \frac{R_{DC}}{2} \cdot Re \left[\gamma \cdot \frac{I_0(\gamma)}{I_1(\gamma)} \right] \quad [2] \quad (2)$$

$$\gamma = \frac{(1+j) \cdot r}{\delta} \quad [2] \quad (3)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\kappa \omega \mu_0 \mu_r}} \quad (4)$$

R_{AC} ... Wechselstromwiderstand

R_{DC} ... Gleichstromwiderstand

$I_n(\gamma)$... modifizierte Besselfunktion 1. Gattung, n. Ordnung

δ ... Skin-Eindringtiefe

ω ... Kreisfrequenz

μ_r ... magn. Permeabilität

μ_0 ... magn. Vakuumpermeabilität

Im Gegensatz zum Gleichstromfall wird hier der *Low Frequency (LF) Frequency Domain Solver* verwendet, da es sich um einen stationären Vorgang in der Magnetoquasistatik handelt. Hier wird über CST keine Spannung vorgegeben,

sondern ein unendlich dünner Linienstrom (current path) definiert. Auf beiden Enden des Zylinders muss sich wieder ein PEC befinden. Trotz der PECs die auf dem Rand bzw. auf dem Strompfad liegen, kommt es zu keiner homogenisierten Einspeisung des Stromes. Damit ist gemeint, dass sich der Skin-Effekt direkt hinter den PECs vollkommen ausbildet und das Modell damit längshomogen ist. In Abbildung 3 ist der Wechselstromwiderstand jeweils auf den Gleichstromwiderstand der Anordnung bezogen.

Neben dem qualitativ richtigen Verlauf (siehe Abbildung 2), werden auch die berechneten Widerstände, mit einer Abweichung $< 0,1\%$ in dem gewählten Frequenzbereich erfolgreich von CST bestätigt.

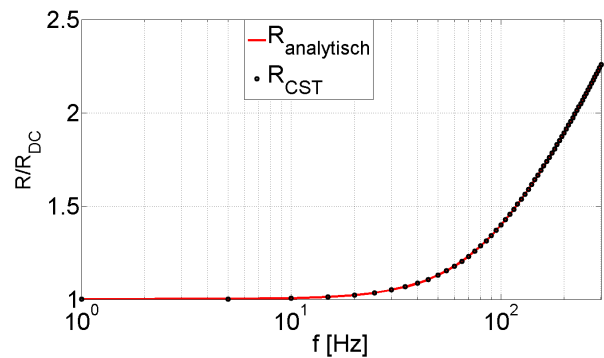


Abbildung 3: Vergleich analytische Rechnung nach [2] und Simulation

C. Proximity-Effekt - [Just]

Der Proximity-Effekt basiert auf dem Prinzip der Fremdinduktion. So wird durch das veränderliche Magnetfeld eines Leiters in einem angrenzenden leitfähigen Material eine Spannung induziert, die zu Wirbelströmen führt. Durch die Induktionsströme resultiert eine Stromverdrängung nach Abbildung 4. Hierfür ist eine parallele Anordnung und gleichsinniger Stromfluss in beiden Leitern angenommen.

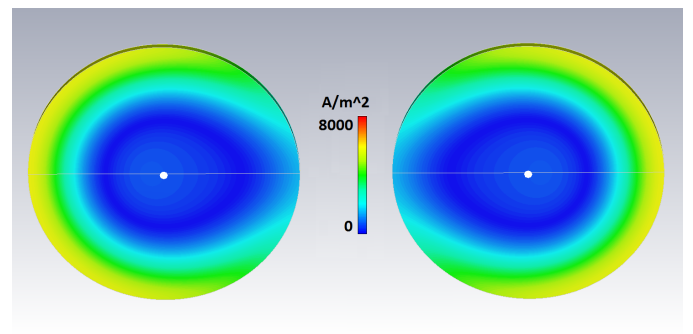


Abbildung 4: Stromverdrängung durch Proximity-Effekt

Der analytische Ansatz basiert auf der Annahme des ungestörten Magnetfeldes beider Leiter, wodurch sich der Poyntingsche Vektor berechnen lässt. Daraufhin erfolgt die Definition einer frequenzabhängigen Impedanz, dessen einzelne Terme sich zum einen auf den Skin- und zum anderen auf

den Proximity-Effekt beziehen. Folgende Formeln sind [3] entnommen:

$$R_{AC} = \operatorname{Re} \left(j\omega\mu \cdot \left[2\pi Q_0 \|M_0^2\| + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\pi a^{2n}}{n} \|M_n^2\| (1 - Q_n^*) \cdot (1 + Q_n) \right) \right] \right) \quad (5)$$

$$Q_0 = \frac{-I_0(z_0)}{z_0 \cdot I_1(z_0)} \quad Q_n = \frac{I_{n+1}(z_0)}{I_{n-1}(z_0)}$$

$$z_0 = ja \cdot \sqrt{j\omega\mu\kappa} \quad M_0 = \frac{1}{2\pi}$$

$$M_n = -\frac{M_0}{b^n} \left(1 + n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^2 \cdot Q_1 + n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^4 \cdot Q_2 + \dots \right)$$

b ... Mittelpunktsabstand der Leiter

a ... Leiterradius

Das Simulationsmodell ist analog zur Skin-Effekt-Untersuchung bis auf die Einführung eines zusätzlichen benachbarten Leiters. Die Parameter der Simulation sind an praxisnahen Anwendungen angelehnt. So ist der Leiterquerschnitt mit $A = 700 \text{ mm}^2$ und der Abstand $b = 40 \text{ mm}$ festgelegt.

Als kritischer Parameter der Simulation ist an dieser Stelle der Rand hervorzuheben, da das Außenfeld beim Proximity-Effekt die entscheidende Größe ist. So muss aufgrund der Simulationssoftware mit der Randbedingung $E_{tan} = 0$ gearbeitet werden, was aber nachweislich nicht gegeben ist. Dabei ist herauszustellen, dass die Ergebnisse der Randuntersuchung bei zufälligen diskreten Abständen signifikante Abweichungen zeigen, wobei die Fehler reproduzierbar sind. Diese sind nicht, wie vorerst vermutet, von der automatisierten Gitterzellenverfeinerung oder allein von einem zu nahe gewählten Rand verursacht. Bei komplexen Modellen muss daher eine Untersuchung bezüglich der gewählten Randbedingung und Randabstände durchgeführt werden.

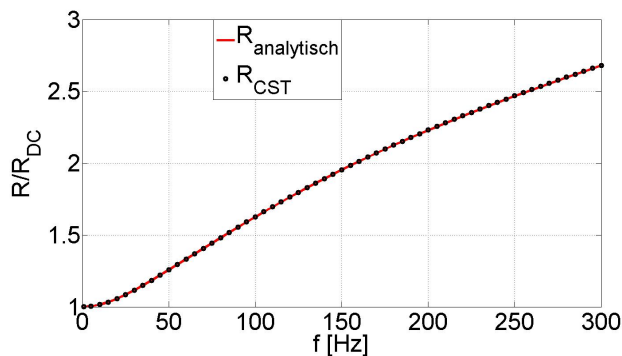


Abbildung 5: Simulationsergebnisse Proximity-Effekt

Bei der Wahl des Randabstands von $d = 300 \text{ mm}$, zeigt die Simulation eine sehr gute Übereinstimmung mit der analytischen Lösung (siehe Abbildung 5). Es ergibt sich dabei ein Fehler von $< 1 \%$.

III. EINFLUSSFAKTOREN BEI KABELANORDNUNGEN

A. Krümmungseffekte - [Suchantke]

Die Motivation hinter der Untersuchung einer Kabelkrümmung liegt in der These, ob allein die Krümmung des Innenleiters beim Aufwickeln auf die Kabeltrommel einen Einfluss auf den Widerstand hat. Die ursprüngliche Vermutung, dass die dadurch verursachte inhomogene Stromverteilung eine Erhöhung des Widerstandes verursacht, kann nur teilweise belegt werden. Tatsächlich wirkt die Verkürzung der effektiven Leiterlänge diesem Effekt insoweit entgegen, dass er in realen Anordnungen mit wesentlich größeren Krümmungsradien keinen signifikanten Effekt hat.

Bei unrealistisch starken Krümmungsradien (hier: 12 cm für einen 700 mm^2 Leiter) können lediglich Abweichungen von maximal $1,06\%$ festgestellt werden, die den in der Messung auftretenden Widerstandsanstieg allein nicht erklären können. Weiterhin müsste dieser Anstieg dann ebenfalls in der Konfiguration b) (aus I.) auftreten, was nicht der Fall ist.

B. Koaxialer Stromfluss - [Just]

In der messtechnischen Untersuchung von Energiekabeln kommt zur Unterdrückung der Wechselwirkung von benachbarten Leitern auf einer Trommel die Methode des koaxialen Stromflusses zum Einsatz. Dabei fließt der Leitungsstrom auf dem Innenleiter und wird über den Außenleiter zurückgeführt. Im Ergebnis ergibt sich daraus die Schirmung des Innenfeldes, sodass kein resultierendes Außenfeld auftritt. Die nahezu vollständige Schirmung setzt eine symmetrische Anordnung, sowie einen gut leitfähigen Schirm voraus. Somit liegen die kritischen Parameter dieses Modells im Schirmmaterial und der Anordnungssymmetrie.

Die Verschiebung des Innenleiters ergibt ein resultierendes Außenfeld, was letztendlich auf die ungleichmäßige Überlagerung der Feldkomponenten von Innen- und Außenleiter zurückzuführen ist. Daraus resultiert eine zusätzliche Stromverdrängung im Schirm.

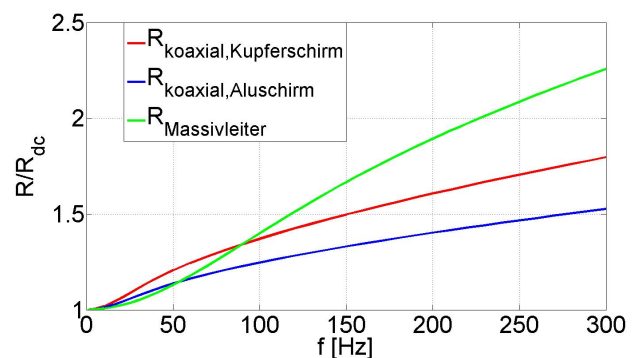


Abbildung 6: Vergleich der Frequenzabhängigkeit des Widerstands bei koaxialem Stromfluss

Weiterhin führt eine Materialänderung im Schirm zu einem signifikanten Unterschied in der Frequenzabhängigkeit. In Abbildung 6 sind die Widerstandverläufe normiert auf den Gleichstromwiderstand für die unterschiedlichen Schirmmaterialien und den Massivleiter dargestellt.

Aus den Verläufen geht hervor, dass der Leiter mit Aluminiumschirm einen geringeren Widerstandsanstieg aufweist als der Leiter mit Kupferschirm. Dieser Sachverhalt ist mit der geringeren Leitfähigkeit und damit höheren Eindringtiefe zu erklären, sodass sich für den Aluminiumschirm ein kleinerer Stromverdrängungseffekt ergibt.

Beim Vergleich mit dem Massivleiter sind zwei unterschiedliche Abschnitte zu deklarieren. Bei geringeren Frequenzen weist der Koaxialleiter einen höheren Widerstand durch die Stromverdrängung aufgrund der Wechselwirkung zwischen Innenleiter und Schirm auf. Ab einem bestimmten Punkt kehrt sich das Verhältnis allerdings um, was wiederum auf die geringe Stromverdrängung im Schirm zurückzuführen ist, da dieser nur einen sehr schmalen Querschnitt aufweist.

Diese Untersuchungen bilden die Grundlage für die weitere Analyse eines realen Messaufbaus zur Widerstandsbestimmung von Energiekabeln.

C. Wicklungsanordnung - [Just]

Die bisherigen Simulationsmodelle entsprechen schlussendlich einer Einzelfalluntersuchung, der im realen Aufbau auftretenden Effekte. In der Praxis erfolgt die Widerstandsmessung aufgrund der zum Teil großen Leiterlänge bei aufgewickeltem Kabel. Des Weiteren kommt hierbei der koaxiale Stromfluss zum Einsatz um die Induktivität bzw. den Proximity-Effekt möglichst gering zu halten.

Beim Simulationsmodell ist im Gegensatz zum realen Aufbau der Schirm in der Widerstandsbetrachtung mit einbezogen. Die Simulation mit einem Kupferschirm führt zu keinem aussagekräftigen Ergebnis, da der FEM-Löser unter Verwendung einer Ansatzfunktion 2. Ordnung nicht das Konvergenzkriterium erreicht. Des Weiteren führt eine Ansatzfunktion 3. Ordnung zu einer unverhältnismäßig großen Zunahme der Simulationszeit, sowie des Speicherbedarfs.

Bei der Verwendung eines Aluminiumschirms tritt dieser Effekt nicht in Erscheinung, was wiederum darauf hinweist, dass die geringe Eindringtiefe bei Kupfer im Verhältnis zum großen Lösungsraum zu Problemen führt.

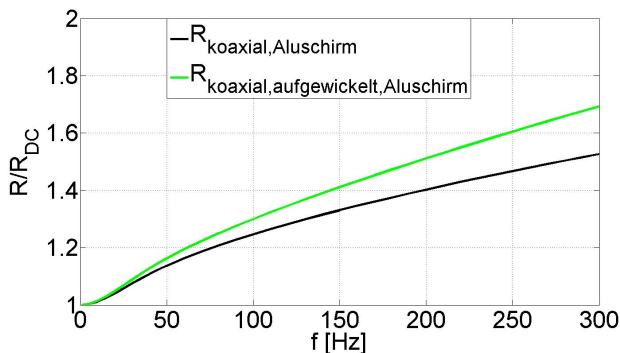


Abbildung 7: Vergleich der Frequenzabhängigkeit der Widerstände

Das Ergebnis in Abbildung 7 zeigt eine deutliche Abweichung vom erwarteten Verhalten. So ergibt sich in der gegebenen Anordnung eine deutliche Erhöhung des Widerstands

gegenüber dem längshomogenen Modell. Dieses Verhalten lässt darauf schließen, dass es durch die Wicklungsanordnung des Kabels doch zu einem Krümmungseffekt oder einer Rückwirkung der Felder kommt.

In weiterführenden Untersuchungen kann nun anhand des Modells eine genaue Feld- sowie Stromverteilungsanalyse durchgeführt werden.

IV. GITTERSTUDIE - [SUCHANTKE]

Die Gitteruntersuchung spielt vor allem bei komplexen Modellen und kritischen Parametern eine zentrale Rolle. Da CST beim Tetraeder-Gitter keine offenen Ränder unterstützt, wird auf die Randbedingung $E_{tan} = 0$ zurückgegriffen. Um die Simulationszeit gering zu halten, wird bei den Modellen mit einer hohen Gitterzellenzahl begonnen und diese dann manuell Schritt für Schritt verringert, bis die Abweichung zur analytischen Lösung 1% erreicht. Beispielsweise verringert sich die Simulationszeit pro Frequenzschritt für das Skin-Effekt Modell von ursprünglich 30 Sekunden auf 3 Sekunden. Die Anzahl der Gitterzellen sinkt dabei von rund 30.000 auf 1.500. Aufgrund der Abmessungen des gesamten Kabelmodells auf der Trommel (siehe III.C) ist der Speicherbedarf wesentlich höher als für die Modelle aus II. Die Berechnungszeit beträgt rund 1 Stunde für eine Frequenz. Da der Effekt der Widerstandserhöhung mit einem Aluminiumschirm aber deutlicher in Erscheinung tritt und auch die realen Anordnungen einen massiven Aluminiumschirm besitzen, kann dieses effizientere Modell als Basis weiterführender Untersuchungen herangezogen werden.

V. ZUSAMMENFASSUNG - [JUST]

Abschließend ist zu konstatieren, dass die Überprüfungen bezüglich der Frequenzabhängigkeit des ohmschen Widerstands mit Hilfe der Simulationssoftware von CST mit den analytischen Ergebnissen sehr gute Übereinstimmungen aufweisen. Die Erweiterung der Simulation auf das Modell der Wicklungsanordnung kann die unbekannteten Effekte der messtechnischen Untersuchung annähernd qualitativ nachweisen. Die kritischen Parameter der Simulation liegen in der starken Näherung der Randbedingung sowie dem großen Lösungsraum gegenüber der geringen Skin-Eindringtiefe im Kabelschirm bei dem Modell für das aufgewickelte Kabel. Als weiterführende Schritte sollte eine Anpassung des Modells auf eine reine Innenleitermessung vorgenommen werden.

Das Gesamtergebnis stellt eine elementare Grundlage für die weiterführende Analyse des unbekannteten Frequenzabhängigkeitseffekts des Widerstands dar.

LITERATUR

- [1] Südkabel, *VPE-Kabelsysteme für Hoch- und Höchstspannung*, 2010. [ONLINE]. verfügbar: http://www.suedkabel.de/cms/upload/Hochspannung/VPE-Kabelsysteme_fuer_Hoch-_und_Hoehchstspannung.pdf
- [2] L. Zhang et al, *Determination of Total Resistive Loss in a Multiple Circuit, Three phase cable system* IEEE Transactions on Power Delivery 2011.
- [3] M. Kane; Ph.Auriol, *ANALYTICAL MODELLING OF FREQUENCY PARAMETERS OF LINES*, Centre de Génie Electrique de Lyon - ECL France, 1994.